

RAZISKAVA VPLIVOV NA RAST RAZPOKE V KORENU ZOBA POLIMERNEGA ZOBNIKA

Damijan Zorko, Klemen Kolar, Bor Mojšker, Nikola Vukašinić

Izveček:

V sklopu raziskave so bili analizirani različni parametri, ki vplivajo na rast razpoke v korenu zoba in posledično na življenjsko dobo zobnika. V prvem koraku je bila z uporabo metode končnih elementov preverjena ustreznost metode 30° tangente, ki jo za določanje kritičnega prereza zoba uporablja standard za kontrolo jeklenih zobniških dvojic ISO 6336. V naslednjem koraku je bil pripravljen numerični model za simulacijo rasti razpoke v korenu. Numerični model upošteva eksperimentalne rezultate, pridobljene z izvajanjem standardnih zobniških testov na namenskem preizkuševališču. Z uporabo numeričnega modela je bil analiziran vpliv lokacije začetne razpoke, njene velikosti in orientacije.

Ključne besede:

zobniki, polimeri, utrujanje, lom, odpoved, razpoka

1 Uvod

Zeleni prehod, trajnostno gospodarstvo, zmanjšanje porabe goriva in energije, e-mobilnost, izboljšana uporabniška izkušnja so glavni trendi, ki vodijo k zamenjavi kovinskih strojnih delov z deli, izdelanimi iz lahkih in naprednih materialov. V te namene se največ uporabljajo visoko zmogljivi polimeri in na polimerni matrici osnovani kompoziti. Z naraščajočo ponudbo polimernih materialov in njihovimi vedno boljšimi mehanskimi lastnostmi se hitro povečuje tudi uporaba polimernih zobnikov. Razloge za to gre iskati v številnih prednostih, ki jih imajo ti pred kovinskimi. Polimerni zobniki lahko obratujejo brez dodatnega mazanja, pri obratovanju povzročajo manj hrupa in vibracij, kar pomeni izboljšano uporabniško izkušnjo. Polimerni materiali so večinoma odporni na korozijo in druge kemične vplive, zato lahko polimerni zobniki delujejo tudi v agresivnih okoljih. Veliko cenejša je tudi masovna proizvodnja, saj se polimerni zobniki večinoma proizvajajo z injekcijskim brizganjem. Zaradi vseh naštetih prednosti so zelo privlačni za uporabo v več industrijskih sektorjih, npr. avtomobilizem, gospodinjstvi aparati, medicina, robotika, e-mobilnost.

V primerjavi z jeklenimi zobniki imajo polimerni tudi nekatere pomanjkljivosti, med katere sodijo pred-

vsem slabše mehanske lastnosti, slabša toplotna prevodnost, slabša toplotna stabilnost in manjša natančnost izdelave. Večjo zmogljivost polimernih zobnikov lahko omogočimo z izboljšano zasnovano zobnikov, kjer se lahko uporabijo nestandardni profili in modifikacije korenov [1, 2], ali z uporabo izboljšanih materialov [3-5]. Zadovoljivo natančnost geometrije injekcijsko brizganih zobnikov je mogoče dobiti z ustreznim orodjem in primerno izbranimi procesnimi parametri [6].

Na trgu obstaja široka paleta različnih polimernih materialov, ki se nenehno razvijajo in izboljšujejo. Ključni problem za uporabo teh materialov v zobniških aplikacijah predstavlja pomanjkanje ustreznih podatkov o materialih, ki so nujno potrebni za zanesljivo konstruiranje pogonov s polimernimi zobniki. Poznavanje odpornosti na utrujanje, obrabne odpornosti in tornih lastnosti je ključnega pomena za razvoj visoko optimiziranih zobnikov. V inženirski praksi se za izdelavo polimernih zobnikov največ uporabljajo delno kristalinični inženirski polimeri, kot sta polioksimetilen (POM) in poliamid (PA) [7, 8]. Z vedno večjimi zahtevami se povečuje tudi uporaba visokozmogljivih inženirskih polimerov, kot je na primer poli-eter-eter-eton (PEEK) [9, 10]. Za izboljšanje mehanskih lastnosti se osnovnim polimerom dodajajo različna ojačitvena vlakna in polnila [11, 12]. Zaradi vse večje uporabe polimernih zobnikov in vpliva fosilnih polimerov na okolje se raziskujejo tudi možnosti uporabe biopolimerov [13, 14].

Uporaba polimernih zobnikov bi bila najverjetneje še bolj razširjena, če bi bile na voljo kakršne koli standardizirane računske metode in ustrezni podatki o materialih. Trenutno še ni na voljo mednarodne-

Doc. dr. Damijan Zorko, mag. inž., **Klemen Kolar**, dipl. inž. (UN), **dr. Bor Mojšker**, mag. inž., **doc. dr. Nikola Vukašinić**, univ. dipl. inž., vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

ga standarda pod okriljem ISO organizacije, ki bi formaliziral smernice in priporočila za vrednotenje in konstruiranje polimernih zobnikov. To tematiko obravnava nekaj nacionalnih standardov, npr. britanski BS 6168:1987 [15] in japonski JIS B 1759:2013 [16]. Slednja temeljita na standardu ISO 6336:2019 [17] z nekaterimi manjšimi modifikacijami [18]. Na voljo so tudi smernice različnih inženirskih združenj. Smernica VDI 2376:2014 [19], naslednik VDI 2545 [20], je bila izdana leta 2014 in je trenutno najbolj izpopolnjena in najpogosteje uporabljena smernica za konstruiranje polimernih zobnikov. Smernica podaja metode vrednotenja zobnikov glede na vse najpogostejše tipe odpovedi. Vključeni so tudi materialni podatki za nekatere osnovne materiale, npr. POM in PA 66. Na voljo so tudi smernice za konstruiranje, ki jih je izdalo ameriško združenje proizvajalcev zobnikov AGMA [21, 22]. Te obravnavajo samo potencialne materiale in geometrijo zobnikov, ne predlagajo pa računskih modelov za vrednotenje zobnikov kot tudi ne podajajo potrebnih materialnih podatkov. Optimizacijo zasnove integriranega polimernega zobnika z upoštevanjem vseh možnih načinov odpovedi sta predstavila Tavčar et al. [23]. Algoritme strojnega učenja so poskušali uvesti tudi v načrtovanje zobnikov [24]. Takšne metode so se izkazale za precej priročne za ocenjevanje konstrukcije nestandardnih zobnikov. Kljub temu je za usposabljanje modelov potrebna velika zbirka podatkov o obstoječih primerih.

Poznamo različne tipe odpovedi polimernih zobnikov [25]. Najpogostejše so trajnostni lom zoba v korenu, obraba in zmeščanje materiala zaradi previsoke obratovalne temperature ter posledična plastična deformacija zob. Nekateri materiali pod določenimi pogoji obratovanja izkazujejo tudi odpoved zaradi jamičenja [10, 26]. V zadnjem času je bilo predstavljenih več modelov za napovedovanje obratovalne temperature polimernih zobnikov [27–29], le malo raziskav pa je bilo narejenih na področju natančnejšega napovedovanja korenske in bočne trdnosti polimernih zobnikov. Lu et al. so predstavili model za napovedovanje življenjske dobe zobnikov iz POM glede na kriterij korenske trdnosti [26] in glede na kriterij jamičenja [30]. Zaradi kratkotrajnega delovanja obremenitve na posamezen zob so obnašanje materiala popisali s termo-elasto-plastičnim konstitucijskim modelom. Za popis elastičnega območja so uporabili Hookov zakon, za popis plastičnega območja pa Johnson-Cookov model [31]. Kot kriterij porušitve je pri upogibnem cikličnem utrujanju uporabljen kriterij glavnih deformacij, za kriterij porušitve pri kontaktnem cikličnem utrujanju pa Brown-Millerjev model [32]. Predstavljeni model [26] velja le za material POM, faza nukleacije razpoke in rasti razpoke v delu nista posebej obravnavani.

Medtem ko na področju napovedovanja korenske trdnosti polimernih zobnikov še ni modelov, ki bi posebej popisali fazo nukleacije razpoke in fazo

rasti razpoke, lahko te najdemo na področju jeklenih zobnikov. Kramberger et al. [33] so predstavili model za napovedovanje korenske trdnosti v jeklenem zobniku, kjer je nastanek razpoke določen na osnovi kriterija glavnih deformacij, nadaljnja rast razpoke pa je popisna s Parisovim zakonom [34]. Posamezni parametri Parisove enačbe so bili določeni z numeričnim modelom, ki je temeljil na linearni lomni mehaniki. Pehan et. al [35] so predstavili študijo, v kateri so se osredotočili na fazo rasti razpoke. Raziskali so, kako začetna lokacija iniciarne razpoke vpliva na njeno rast. Različne vplive na hitrost širjenja razpoke v korenu jeklenega zobnika sta z uporabo numeričnih metod (XFEM) raziskala tudi Wei in Jiang [36].

Raziskava, predstavljena v tem prispevku, je osredotočena na analizo parametrov, ki vplivajo na nastanek trajnostne poškodbe in loma v korenu zoba. Pri obratovanju zobniške dvojice je posamezen zob izpostavljen cikličnemu upogibanju. Po določenem številu ciklov se zaradi utrujanja materiala pojavi razpoka, ki z nadaljnjimi upogibnimi cikli raste do končnega loma zoba. Kritični prerez v korenu zoba se po standardih ISO 6336 in DIN 3990 (za jeklene evolventne zobniške dvojice z zunanjim ozobjem) kot tudi po priporočilu VDI 2736 (za polimerne) določi s 30° tangento na profil korena zoba. V prvem koraku raziskave je bilo preverjeno, ali tako določena lokacija kritičnega prereza sovpada tudi z izračunom največje napetosti po metodi končnih elementov. Zaradi različnih vplivov, ki jih teoretični in numerični preračun ne upoštevata, npr. struktura materiala, napake v materialu, napake na površini, se v praksi razpoke pojavijo tudi na drugih lokacijah. Po nastanku razpoke je tudi smer rasti razpoke odvisna od različnih dejavnikov, kot so velikost začetne razpoke, orientacija razpoke, velikost obremenitve, s tem pa tudi čas do porušitve. Razlogi, zakaj pride do razlik in kaj na te vpliva, do sedaj za polimerne zobnike še niso bili sistematično raziskani.

2 Metodologija

2.1 Eksperimentalne metode

V sklopu eksperimentalnega dela so bili izvedeni zobniški testi z uporabo referenčnih testnih zobnikov. Uporabljena je bila »standardna« LECAD-ova geometrija testnih zobniških dvojic. Parametri, ki določajo geometrijo obravnavane zobniške dvojice, so predstavljeni v *tabeli 1*. Pri vseh testih je bila preizkušana kombinacija jeklenega (42CrMo4) pogonskega zobnika in gnanega polimernega zobnika, izdelanega iz polioksimetilena (POM). Osnovne materialne lastnosti uporabljenega polimera so predstavljene v *tabeli 2*. Testni zobniki so bili izdelani iz komercialno dobavljivih ekstrudiranih palic (material Tecaform AH natural, Ensinger GmbH, Nemčija) s postopkom odvalnega rezkanja (*slika*

7). Razred kakovosti rezkalnega orodja je bil AA po DIN 3968 [37]. Geometrija izdelanih zobnikov je bila kontrolirana na namenskem merilnem stroju LH54 (Wenzel Messtechnik GmbH, Nemčija). Izdelani zobniki so bili uvrščeni v kakovostni razred 10 po ISO 1328 [38].

Tabela 1 : Geometrijski parametri obravnavane zobniške dvojice

Parameter	Vrednost
Profil	Evolventen, ISO 53 profil C
Modul - m [mm]	1
Število zob - z_1 / z_2	20 / 20
Vpadni kot profila - α [°]	20
Širina zob - b_1 / b_2 [mm]	6 / 6
Razdelni premer - d [mm]	20.00
Temenski premer - d_a [mm]	22.00
Vznožni premer - d_f [mm]	17.50
Medosna razdalja [mm]	20.00
Profilna stopnja prekritja - ϵ_α	1.557

Tabela 2 : Lastnosti uporabljenega polimernega materiala.

Parameter	Standard	TECAFORM AH natural
Okrajšava imena		POM-C
Elastični modul (23° C)	ISO 527	2800 MPa
Natezna trdnost (23° C)	ISO 527	67 MPa
Upogibna trdnost (23 °C)	ISO 178	91 MPa
Temperatura tališča	ISO 11357	166 °C
Temperatura steklastega prehoda	DIN53765	-60 °C
Gostota	ISO 1183	1.41 g/cm ³
Trdota (Shore D)	ISO 868	76.33



Slika 1 : Odvalno rezkanje testnih zobnikov

Testi so bili izvedeni na zobniškem preizkuševališču, prikazanem na *sliki 2*. Preizkuševališče omogoča natančno nastavitve ključnih obratovalnih pogojev zobniške dvojice, to so moment, vrtilna hitrost in temperature polimernega zobnika. Za ustvarjanje momenta, ki se prenaša preko testirane zobniške dvojice, sta uporabljena dva 4-polna asinhronska elektromotorja Siemens (Siemens AG, Nemčija). Moč se z gredi elektromotorjev na gredi s pritrjenimi testnimi zobniki prenaša preko zobatih jermenov. Na pogonsko gred je nameščen merilnik momenta, ki omogoča merjenje momenta med testom in njegovo aktivno kontrolo. Vrtilno hitrost spremljajo in krmilijo senzorji vrtilne hitrosti na pogonski in gnani gredi. Medosna razdalja zobniškega para je natančno nastavljiva z natančnostjo 0,02 mm. Pred vsakim preizkusom je bila medosna razdalja ovrednotena in preverjena s pomičnim merilom.

Vsi testi so bili izvedeni pri kontrolirani temperaturi polimernega zobnika, ki je bila nastavljena na 60 °C. Zobniški testi so obratovali pri konstantni vrtilni hitrosti 1500 vrt/min in brez dodatnega mazanja. Referenčni testi so bili izvedeni na dveh obremenitvenih nivojih, in sicer pri 1,2 Nm in 0,8 Nm, kar po analitičnem izračunu (*enačba 1*) rezultira v 72 MPa in 44 MPa imenske korenске napetosti. Testi so bili izvajani do končne odpovedi zobnika, ki se je izražala v obliki loma v korenu zoba. Na vsakem nivoju so bile izvedene tri ponovitve testa. S pomočjo digitalnega mikroskopa Keyence VHX-6000 (Keyence, Japonska) sta bila opravljena pregled poškodb in podrobna analiza nastanka začetne razpoke.

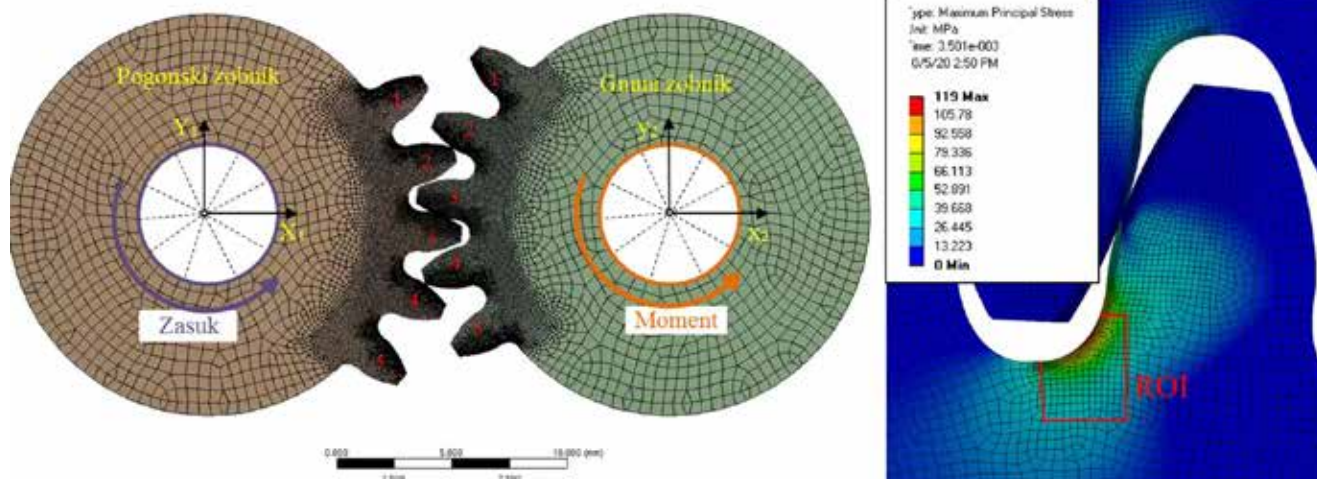


Slika 2 : Zobniška dvojica pred pričetkom testa

2.2 Numerične metode

2.2.1 Simulacija ubiranja zobniške dvojice

V prvem koraku je bil z uporabo metode končnih elementov postavljen numerični model, ki je omogočal simulacijo ubiranja zobniške dvojice. Model je bil uporabljen za kontrolo primernosti določanja kritičnega prereza z uporabo 30° tangente. Nu-



Slika 3 : Numerični model, uporabljen za simulacijo ubiranja

merične simulacije so bile izvedene v računalniški programski opremi Ansys Workbench 23.1 (Ansys, Inc., ZDA). Numerični model je bil postavljen v 2D-prostor, pri čemer je bilo upoštevano ravninsko napetostno stanje. Za diskretizacijo domene so bili uporabljeni končni elementi PLANE183 z vmesnimi vozlišči in kvadratično aproksimacijo pomika. Kontaktni pogoji med ubirajočimi boki so bili modelirani z elementi CONTA172 in TARGE169. Med ubirajočimi zobnimi boki je bil modeliran kontakt brez trenja, za formulacijo kontakta pa je bila uporabljena obogatena Lagrangeova metoda. Pogonski zobnik je bil z nepomično členkasto podporo vezan na fiksno točko, nameščeno v izhodišču koordinatnega sistema X_1Y_1 . Z uporabljenimi podporami je bil onemogočen pomik izbranega zobnika v smeri X_1 in Y_1 , omogočeno pa je bilo vrtenje okrog koordinatnega izhodišča. Enaka podpora je bila uporabljena tudi na gnanim zobniku, le da je ta bila vezana na koordinatni sistem X_2Y_2 . Pogonskemu zobniku je bil predpisan zasuk vrednosti 55° , medtem ko je bila na gnani zobnik predpisana momentna obremenitev, ki je delovala v smeri vrtenja, predpisanega na pogonskem zobniku, kot je prikazano na sliki 3.

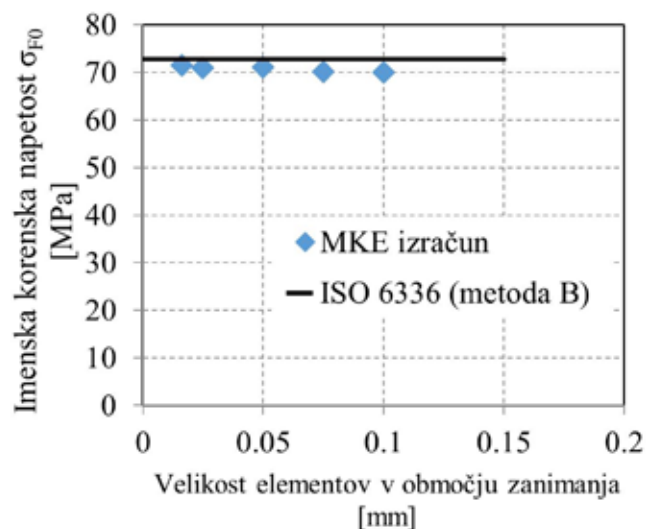
Analiza napetosti je bila izvedena na tretjem zobu, ki je pri simulaciji prešel vse karakteristične točke ubiranja (slika 3). Največja glavna napetost, izračunana v območju korenkega dela zoba, je bila upoštevana kot nominalna korenka napetost σ_{F0} . Območje zanimanja (ROI), kjer je bila ovrednotena največja glavna napetost, je bilo določeno tako, da je zajemalo kritični prerez zoba, določen z metodo 30° tangente. Predpisana velikost momenta na gnanim zobniku je bila enaka obremenitvam pri izvedenih zobniških testih, to je 0,8 Nm in 1,2 Nm. Mreža končnih elementov je bila zgoščena v območju zanimanja v korenu zoba in v področju zobnega boka. Ustreznost uporabljene gostote mreže je bila potrjena z izvedbo konvergenčnega testa, kjer je bila uporabljena h-metoda. Povprečna kakovost uporabljenih končnih elementov je bila 0,96. Nume-

rični model je bil za primer jeklene zobniške dvojice verificiran z uporabo standardnega analitičnega modela ISO 6336 (metoda B) za izračun napetosti v korenu zoba:

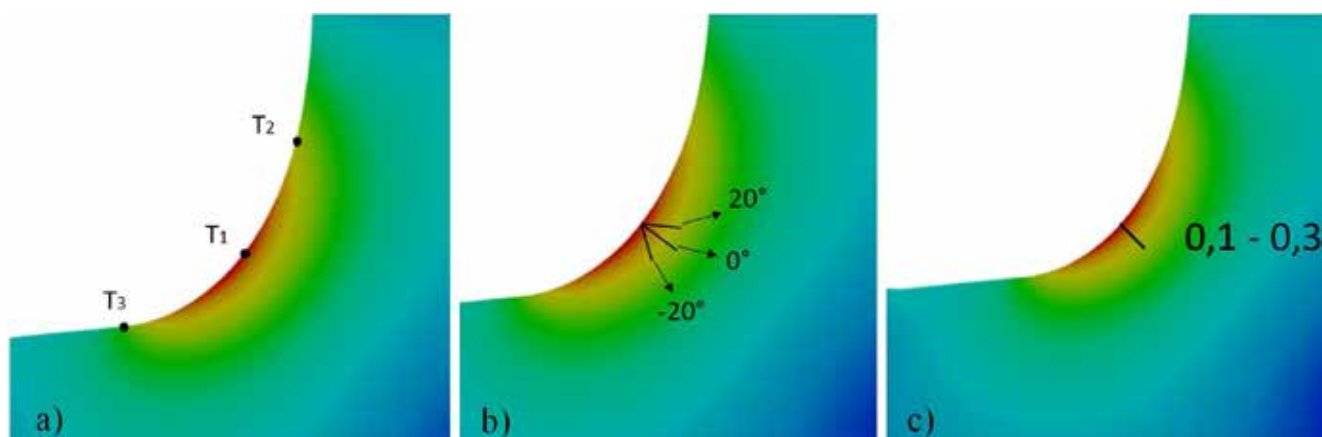
$$\sigma_{F0} = Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot \frac{F_t}{b \cdot m} \quad (1)$$

kjer so za obravnavano geometrijo vrednosti koeficientov $Y_F = 2,14$, $Y_S = 1,70$, $Y_\beta = 1$.

Materialne lastnosti obeh zobnikov so bile modelirane kot izotropne linearno elastične. Pri simulaciji posameznega cikla ubiranja pod obravnavanimi obremenitvami nelinearne lastnosti materiala ne vplivajo opazno na odziv materiala, saj se v kratkem časovnem obdobju ubiranja posameznega zoba polimerni material ne odzove z viskozno komponento. Predpostavka o linearno elastičnem obnašanju se v splošnem uporablja pri izračunu na-



Slika 4 : Rezultati konvergenčne analize mreže in primerjava izračunane napetosti v korenu zoba



Slika 5 : Analizirani parametri začetnih razpok

petosti v polimernih zobnikih, seveda v primeru, ko so izračunane napetosti pod mejo tečenja polimernega materiala [27, 39]. Černe et al. [43] so izvedli primerjavo numerične obravnave polimernih zobnikov v primeru upoštevanja izotropnega linearno elastičnega obnašanja in viskoplastičnega obnašanja. V njihovi študiji so potrdili, da predpostavka linearnega elastičnega mehanskega obnašanja daje dovolj natančne aproksimacije napetostno-deformacijskega stanja za praktične namene termomehanskega modeliranja, namenjenega konstruiranju polimernih zobnikov.

2.2.2 Simulacija rasti razpoke v korenu polimernega zobnika

Pri obratovanju zobniške dvojice je posamezen zob izpostavljen cikličnemu upogibanju. Po določenem številu ciklov se zaradi utrujanja materiala pojavi razpoka, ki z nadaljnjimi upogibnimi cikli raste do končnega loma zoba. V nadaljevanju raziskave je tako bil pripravljen numerični model, namenjen simuliranju rasti razpoke v korenu zoba. Kritični prerez v korenu zoba se po standardih ISO 6336 in DIN 3990 kot tudi po priporočilu VDI 2736 določi s 30° tangento na profil zoba. Zaradi različnih vplivov, ki jih teoretični in numerični preračun ne upoštevata, npr. struktura materiala, napake v materialu, napake na površini, se v praksi razpoke pojavijo tudi na drugih lokacijah. Po nastanku razpoke je smer rasti razpoke odvisna od različnih dejavnikov, s tem pa tudi čas do porušitve [40].

Analizirani parametri začetnih razpok:

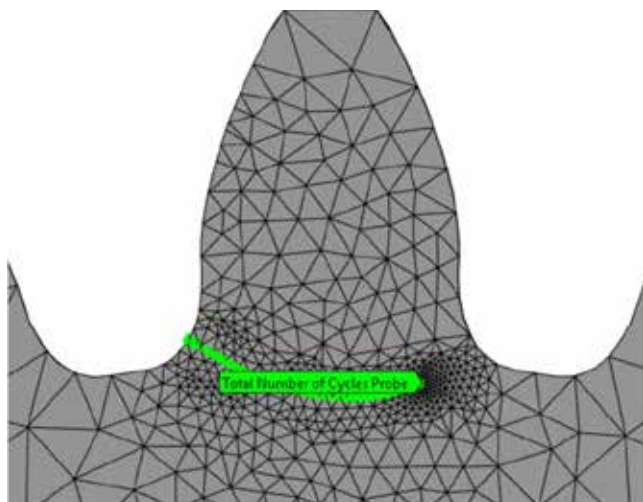
1. lokacija začetne razpoke (slika 5a): v točki izračunane maksimalne napetosti (T_1), 0,3 mm višje teoretične točke maksimalne napetosti (T_2) in 0,3 mm nižje (T_3);
2. usmerjenost začetne razpoke (slika 5b): v smeri normale na profil zoba ($0,0^\circ$), 20° nagnjeno navzgor glede na normalo in -20° nagnjeno navzdol glede na normalo;

3. velikost začetne razpoke (slika 5c): 0,1 mm in 0,3 mm začetne dolžine razpoke.

Za simulacijo rasti razpoke je bilo uporabljeno Ansysovo orodje SMART crack growth (Separating Morphing and Adaptive Remeshing Technology), ki temelji na principu metode XFEM. S simulacijo smo določili napetost v zobu, faktorje intenzitete napetosti K_I ter število ciklov do porušitve. V mehaniki loma nam faktor intenzitete napetosti K_I pove velikost napetosti v konici razpoke, ki se pojavi zaradi zunanje obremenitve ali zaostalih napetosti. Velikost faktorja je odvisna od geometrije vzorca, pozicije razpoke in velikosti ter porazdelitve obremenitev na materialu. Zapišemo ga lahko kot:

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2)$$

kjer je $f\left(\frac{a}{W}\right)$ funkcija geometrije vzorca, ki je odvisna od dolžine razpoke a in širine razpoke W , σ je napetost. Faktor je pomemben za določitev energije, sproščene pri lomu, kar potrebujemo za določitev smeri propagacije razpoke.



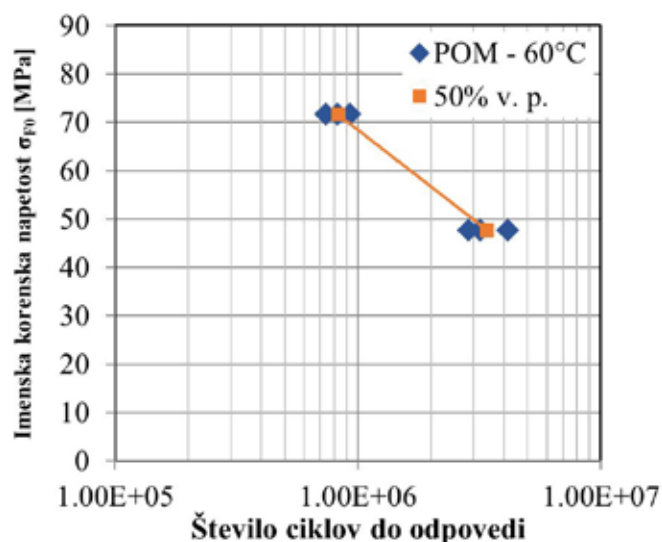
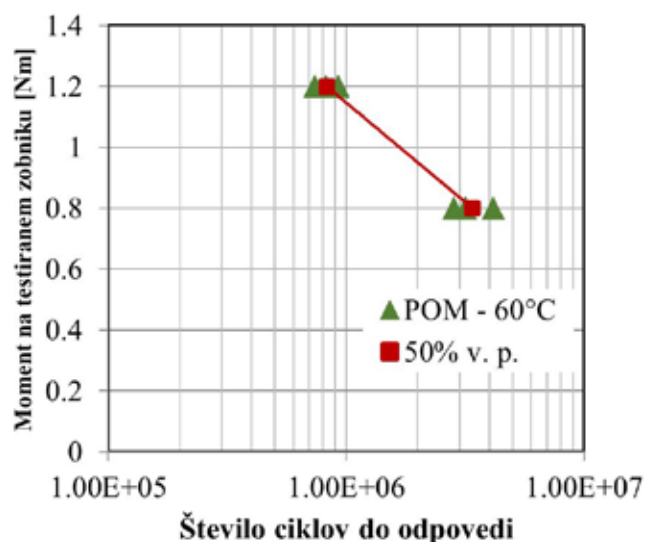
Slika 6 : Primer simulirane rasti razpoke

3 Rezultati in diskusija

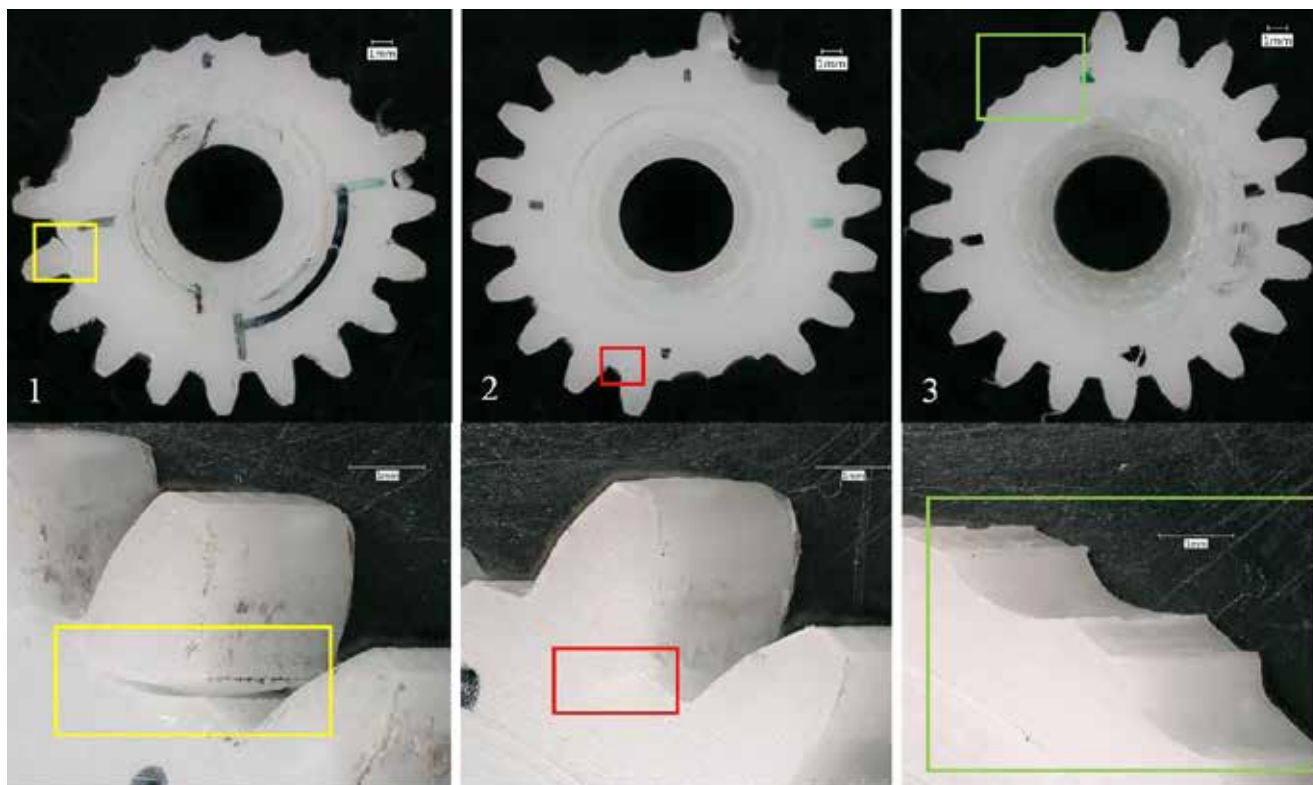
3.1 Preizkušanje življenjske dobe

Rezultati preizkušanja življenjske dobe POM-zobnikov so predstavljeni na *sliki 7a*. Če na podlagi apliciranih momentov izračunamo imenske korense napetosti (σ_{F0}) v testiranih polimernih zobnikih, lahko izdelamo Wöhlerjevo krivuljo, prikazano

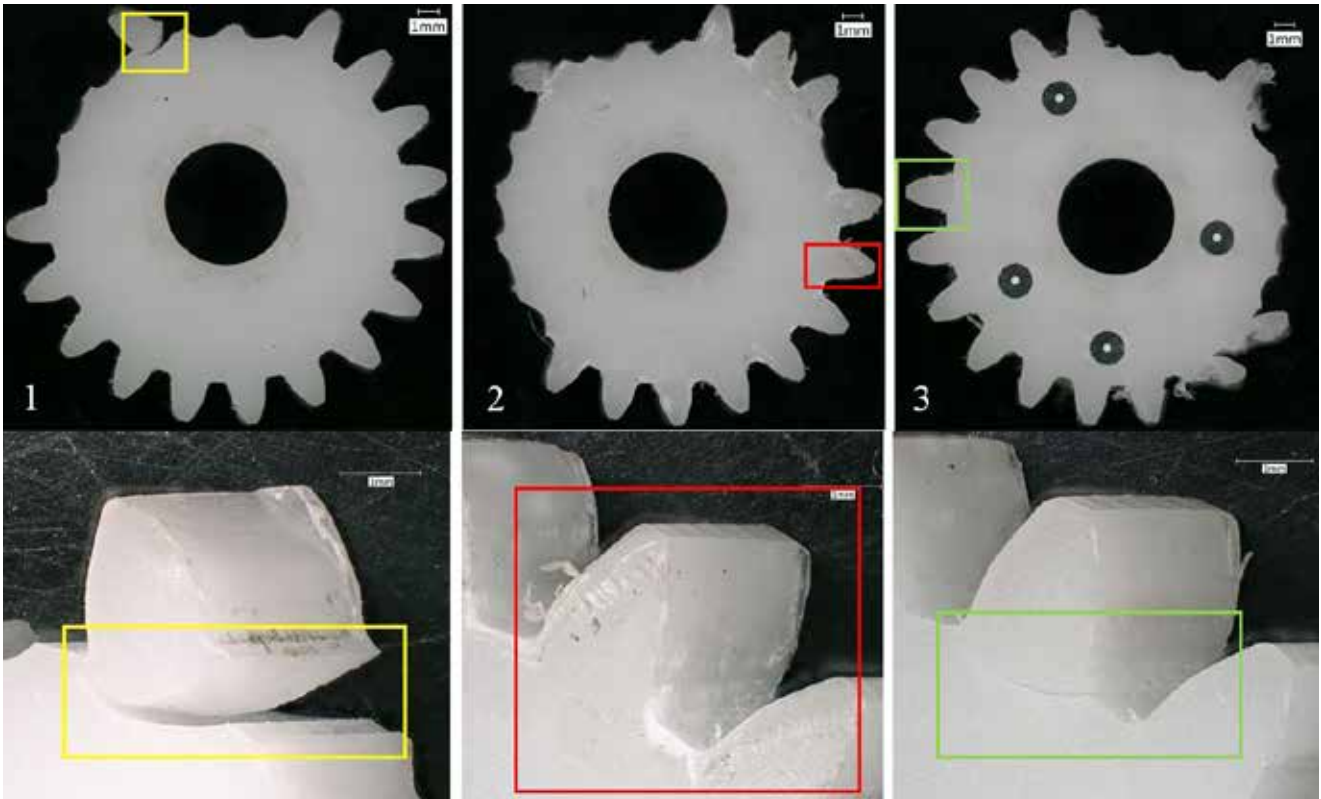
na *sliki 7b*. Ta krivulja je bila v nadaljevanju uporabljena pri modeliranju rasti razpok in analiziranju različnih vplivov na rast in življenjsko dobo zobnikov. Povprečna življenjska doba zobnikov, testiranih pri 1,2 Nm ($\sigma_{F0} = 71,6$ MPa), je bila $8,3 \cdot 10^5$ obremenitvenih ciklov, življenjska doba zobnikov, testiranih pri 0,8 Nm ($\sigma_{F0} = 47,7$ MPa), pa je bila $3,39 \cdot 10^6$ obremenitvenih ciklov.



Slika 7 : a) Življenjske dobe posameznih testiranih zobnikov pri določeni momentni obremenitvi, b) Odvisnost med imensko korense napetostjo (izračunano po modificiranem modelu VDI 2736, Y_F določen po metodi B iz ISO 6336)



Slika 8 : Zobniki, testirani pri momentu 1,2 Nm

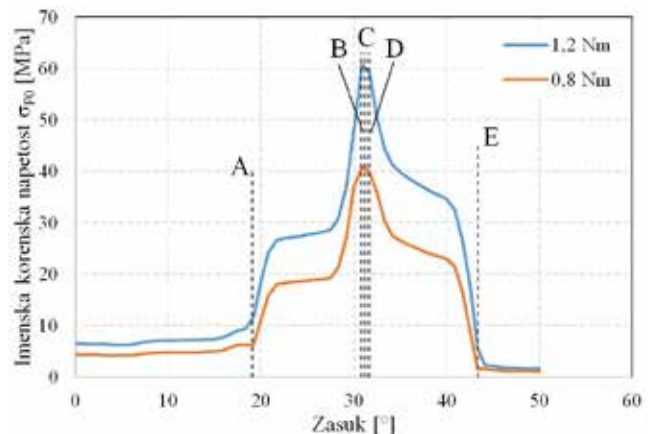


Slika 9 : Zobniki, testirani pri momentu 0,8 Nm

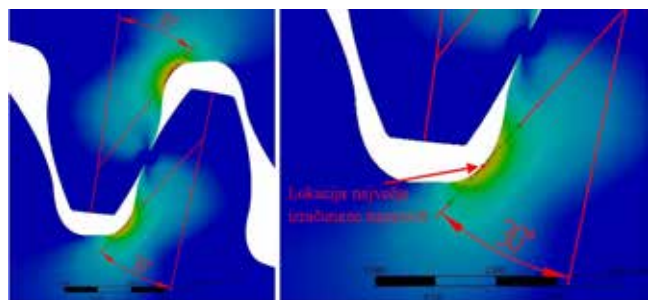
Porušeni zobniki so bili analizirani z digitalnim mikroskopom, kjer je bil identificiran tip odpovedi v vseh primerih lom v korenju zoba, opažene pa je bilo tudi nekaj obrabe, predvsem pri zobnikih, testiranih pri 0,8 Nm, ki so obratovali dlje časa. Opažene so bile različne lokacije pojava razpok in različne trajektorije njihove rasti.

3.2 Lokacija kritičnega prereza

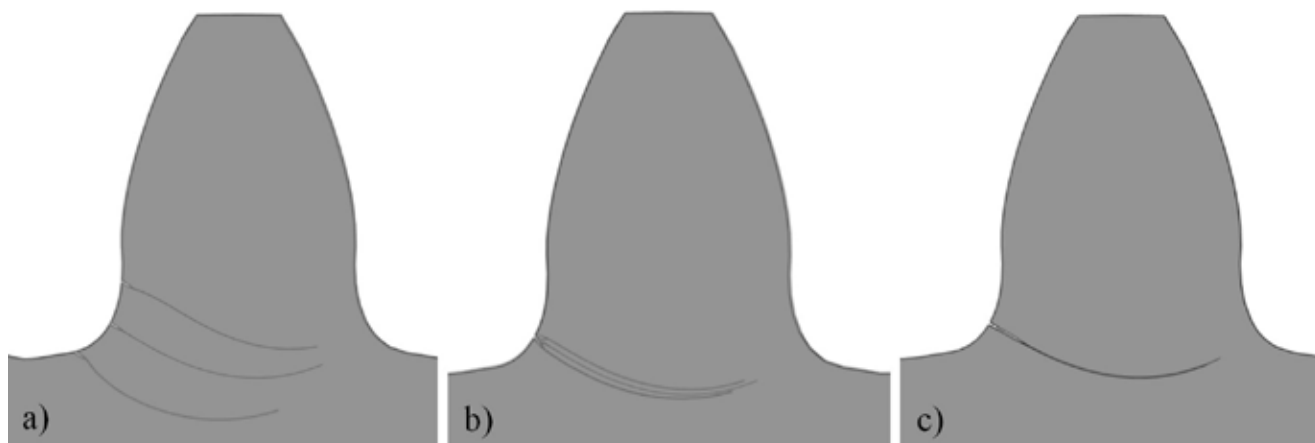
Slika 10 prikazuje potek največje glavne napetosti, izračunane v območju zanimanja (ROI), definiranem v korenskem delu zoba. Pri momentu 1,2 Nm je bila največja numerično izračunana napetost velikosti $\sigma_{F0} = 60,6$ MPa, pri momentu 0,8 Nm pa $\sigma_{F0} = 40,7$ MPa. V obeh primerih se je največja napetost pojavila, ko sta zobnika ubirala v zunanji točki enojnega ubiranja za gnani (polimerni) zobnik, to je točka B. Na tem mestu je potrebno poudariti, da je takšen potek napetosti značilen za primer, ko v kontaktu med zobmi ni modelirano trenje. V primeru upoštevanja trenja se potek napetosti nekoliko spremeni in ubirna točka, v kateri se pojavi največja korenska napetost, se pomakne proti točki D [41]. Napetosti so bile določene tudi analitično, z uporabo modela po VDI 2736, pri čemer je bila za moment 1,2 Nm izračunana $\sigma_{F0} = 71,6$ MPa in za moment 0,8 Nm $\sigma_{F0} = 47,7$ MPa. Do odstopanj med analitično in numerično izračunanimi korenskimi napetostmi pride, ker standardni (analitični) model ne upošteva povečanja profilne stopnje prekritja, ki se pojavi kot



Slika 10 : Potek imenske korenske napetosti σ_{F0} med ubiranjem enega zoba (A - začetna točka ubiranja, B - zunanja točka enojnega ubiranja za gnani zobnik, C - kinematična točka, D - zunanja točka enojnega ubiranja za pogonski zobnik, E - končna točka ubiranja)



Slika 11 : Lokacija največje izračunane napetosti se dobro ujema s 30° tangento

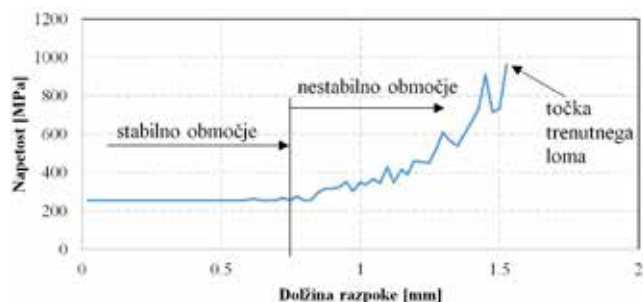


Slika 12 : Prikaz različnih trajektorij rasti razpoke v odvisnosti od: a) lokacije začetne razpoke, b) usmerjenosti začetne razpoke, c) velikosti začetne razpoke

posledica večje deformacije zob plastičnega zobnika. Večja stopnja prekritja posledično vpliva na nižjo napetost v zobnikih, kar je že bilo obravnavano v več delih [1, 13]. Pri analizi numeričnih rezultatov je bilo potrjeno, da največja izračunana glavna napetost v korenu sovpada z lokacijo kritičnega prereza zoba, določeno z metodo 30° tangente (slika 11).

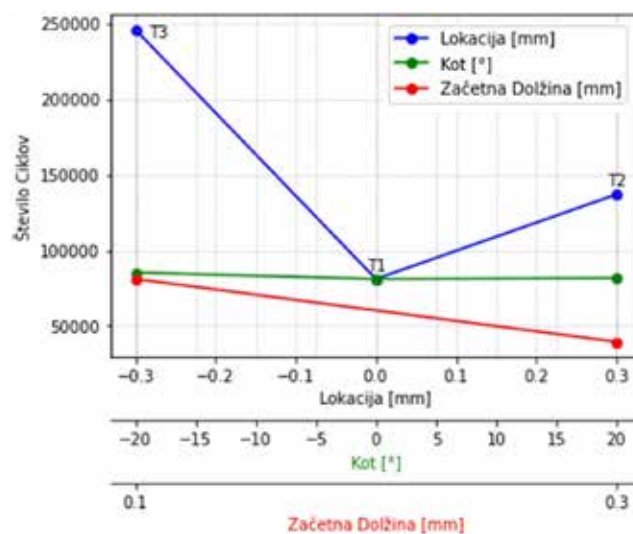
3.3 Analiza vplivov na rast razpok

Pri analizi vplivov na rast razpoke je bil analiziran vpliv lokacije, orientacije in dolžine začetne razpoke na njeno nadaljnjo rast in posledično življenjsko



Slika 13 : Napetost v konici razpoke

dobo zobnika. Potek simuliranih razpok z različnimi začetnimi vplivnimi parametri je prikazan na sliki 12. Ugotovimo lahko, da ima izmed analiziranih parametrov zagotovo največji vpliv na potek rasti razpoke njena začetna lokacija.



Slika 14 : Število ciklov do odpovedi v odvisnosti od analiziranih vplivnih parametrov začetne razpoke

Tabela 3 : Napetost v konici razpoke, faktor intenzitete in število ciklov do porušitve za analizirane parametre začetnih razpok

Parametri začetne razpoke (začetna dolžina, lokacija, usmerjenost)	Napetost v konici razpoke (za stabilno območje) [MPa]	K1 [MPa · mm ^{0,5}]	Število ciklov do porušitve
0,1 mm; 0,0 mm; 0,0°	254	210	81023
0,1 mm; 0,3 mm; 0,0°	262	220	137000
0,1 mm; -0,3 mm; 0,0°	292	82	246000
0,1 mm; 0,0 mm; 20°	263	166	81637
0,1 mm; 0,0 mm; -20°	287	129	85319
0,3 mm; 0,0 mm; 0°	296	312	39408

Slika 13 prikazuje primer napetosti v konici razpoke za analiziran primer začetne razpoke velikosti 0,1 mm, usmerjene v smeri normale na profil zoba in locirane v točki stika 30° tangente in profila zoba. Vidimo lahko, da je napetost nekaj časa konstantna, nato pa prične skokovito naraščati. Rast razpoke lahko tako ločimo na stabilno in nestabilno območje propagacije razpoke, kjer se nestabilno območje prične pri dolžini razpoke 0,75 mm. Ko doseže razpoka to kritično vrednost, prične nekontrolirano rasti do točke trenutnega loma zoba.

Rezultati simuliranih primerov rasti razpok so predstavljeni na *sliki 14*. Vidimo lahko, da ima najkrajšo pričakovano življenjsko dobo primer, kjer je začetna razpoka modelirana v točki kritičnega prereza, določenega s 30° tangento. V primeru 0,1 mm dolge začetne razpoke, usmerjene v smeri normale na profil zoba in locirane v točki kritičnega prereza, je do popolnega loma potrebnih $81 \cdot 10^4$ ciklov. Razpoka, locirana 0,3 mm nad točko kritičnega prereza, je do porušitve zrasla po $1,37 \cdot 10^5$ ciklih. Pri razpoki, locirani 0,3 mm nižje od kritičnega prereza, pa je do porušitve prišlo šele po $2,46 \cdot 10^5$ ciklih. Manjši vpliv na število ciklov do porušitve imajo analizirane usmerjenosti začetne razpoke. V primeru začetne razpoke z usmeritvijo v smeri normale zobnik zdrži 81023 ciklov, v primeru razpoke z 20° usmeritvijo zobnik zdrži 81637 ciklov, pri razpoki z začetno usmeritvijo -20° pa 85319 ciklov. Pričakovano ima precejšen vpliv na življenjsko dobo tudi velikost začetne razpoke. Pri analizi razpok z različno začetno dolžino je razpoka z začetno dolžino 0,3 mm zdržala le 39408 ciklov, razpoka z začetno dolžino 0,1 mm pa 81023 ciklov, kot je bilo pričakovano.

4 Zaključki

Študija je bila osredotočena na rast razpok v korenu zoba polimernega zobnika. Potrjeno je bilo, da metoda 30° tangente zelo dobro sovпада z numeričnim izračunom največje napetosti v korenu zoba. Pri analizi porušeni zobnikov je bilo ugotovljeno, da se razpoke na realnih vzorcih sicer pojavljajo v bližini kritičnega prereza, določenega s 30° tangento, kljub temu pa se od njega oddaljene nekaj desetink milimetrov in so tudi različno orientirane. S pomočjo numeričnih simulacij je bilo ugotovljeno, da ima lokacija pojave začetne razpoke največji vpliv na hitrost rasti razpoke in posledično na preostalo življenjsko dobo zobnika. Na podlagi eksperimentalno pridobljenih življenjskih dob zobnikov lahko zaključimo, da pomeni faza rasti razpoke zgolj manjši del celotne življenjske dobe polimernega zobnika.

Reference

[1] D. Zorko, Investigation on the high-cycle tooth bending fatigue and thermo-mechanical be-

havior of polymer gears with a progressive curved path of contact, *International Journal of Fatigue*. 151 (2021) 106394. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106394>.

[2] D. Zorko, J. Duhovnik, J. Tavčar, Tooth bending strength of gears with a progressive curved path of contact, *Journal of Computational Design and Engineering*. 8 (2021) 1037-1058. <https://doi.org/10.1093/jcde/qwab031>.

[3] D. Zorko, J. Tavčar, R. Šturm, Z. Bergant, Investigation of the durability and performance of autoclave-cured, woven carbon fiber-reinforced polymer composite gears in mesh with a steel pinion, *Composite Structures*. (2021) 114250. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114250>.

[4] D. Zorko, J. Tavčar, M. Bizjak, R. Šturm, Z. Bergant, High cycle fatigue behaviour of autoclave-cured woven carbon fibre-reinforced polymer composite gears, *Polymer Testing*. 102 (2021) 107339. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2021.107339>.

[5] B. Černe, Z. Bergant, R. Šturm, J. Tavčar, D. Zorko, Experimental and numerical analysis of laminated carbon fibre-reinforced polymer gears with implicit model for coefficient-of-friction evaluation, *Journal of Computational Design and Engineering*. 9 (2022) 246-262. <https://doi.org/10.1093/jcde/qwab083>.

[6] U. Urbas, D. Zorko, N. Vukašinić, B. Černe, Comprehensive Areal Geometric Quality Characterisation of Injection Moulded Thermoplastic Gears, *Polymers*. 14 (2022). <https://doi.org/10.3390/polym14040705>.

[7] M. Hribersek, M. Erjavec, G. Hlebanja, S. Kulovec, Durability testing and characterization of POM gears, *Engineering Failure Analysis*. 124 (2021) 105377. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2021.105377>.

[8] M. Hriberšek, S. Kulovec, Study of the glass fibres and internal lubricants influence in a polyamide 66 matrix on the wear evolution of polyacetal and polyamide 66 based gears in a meshing process, *Engineering Failure Analysis*. 134 (2022) 106071. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106071>.

[9] D. Zorko, S. Kulovec, J. Duhovnik, J. Tavčar, Durability and design parameters of a Steel/PEEK gear pair, *Mechanism and Machine Theory*. 140 (2019) 825-846. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.07.001>.

[10] Z. Lu, H. Liu, C. Zhu, H. Song, G. Yu, Identification of failure modes of a PEEK-steel gear pair under lubrication, *International Journal of Fatigue*. 125 (2019) 342-348. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.04.004>.

[11] J. Tavčar, G. Grkman, J. Duhovnik, Accelerated lifetime testing of reinforced polymer gears, *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*. 12 (2018) JAMDSM0006-JAMDSM0006. <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2018jamdsm0006>.

[12] K. Mao, D. Greenwood, R. Ramakrishnan, V.

- Goodship, C. Shrouti, D. Chetwynd, P. Langlois+, The wear resistance improvement of fibre reinforced polymer composite gears, *Wear*. 426–427 (2019) 1033–1039. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2018.12.043>.
- [13] D. Zorko, I. Demšar, J. Tavčar, An investigation on the potential of bio-based polymers for use in polymer gear transmissions, *Polymer Testing*. (2020) 106994. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2020.106994>.
- [14] A. Bravo, L. Toubal, D. Koffi, F. Erchiqui, Gear fatigue life and thermomechanical behavior of novel green and bio-composite materials VS high-performance thermoplastics, *Polymer Testing*. 66 (2018) 403–414. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2016.12.031>.
- [15] BS 6168:1987 Specification for non-metallic spur gears, (1987).
- [16] JIS B 1759: Estimation of tooth bending strength of cylindrical plastic gears. Japanese National Standard, (2013).
- [17] ISO 6336: Calculation of load capacity of spur and helical gears, Parts 1-6, International standard, (2006).
- [18] I. Moriwaki, A. Ueda, M. Nakamura, K. Yoneda, D. Iba, New Japanese Standard JIS B 1759 on load capacity of plastic gears, in: International Gear Conference 2014: 26th–28th August 2014, Lyon, Elsevier, 2014: pp. 1172–1178. <https://doi.org/10.1533/9781782421955.1172>.
- [19] VDI 2736: Blatt 2, Thermoplastische Zahnräder, Stirngetriebe, Tragfähigkeitsberechnung. VDI Richtlinien, (2014).
- [20] VDI 2545: Zahnräder aus thermoplastischen Kunststoffen, (1981).
- [21] ANSI/AGMA 1106-A97: Tooth Proportions for Plastic Gears, (1997).
- [22] AGMA 920-A01: Materials for Plastic Gears, (2001).
- [23] J. Tavčar, B. Černe, J. Duhovnik, D. Zorko, A multicriteria function for polymer gear design optimization, *Journal of Computational Design and Engineering*. (2021). <https://doi.org/10.1093/jcde/qwaa097>.
- [24] U. Urbas, D. Zorko, N. Vukašinić, Machine learning based nominal root stress calculation model for gears with a progressive curved path of contact, *Mechanism and Machine Theory*. 165 (2021) 104430. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2021.104430>.
- [25] A.K. Singh, Siddhartha, P.K. Singh, Polymer spur gears behaviors under different loading conditions: A review, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 232 (2017) 210–228. <https://doi.org/10.1177/1350650117711595>.
- [26] Z. Lu, H. Liu, P. Wei, C. Zhu, D. Xin, Y. Shen, The effect of injection molding lunker defect on the durability performance of polymer gears, *International Journal of Mechanical Sciences*. 180 (2020) 105665. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105665>.
- [27] B. Černe, M. Petkovšek, J. Duhovnik, J. Tavčar, Thermo-mechanical modeling of polymer spur gears with experimental validation using high-speed infrared thermography, *Mechanism and Machine Theory*. 146 (2020) 103734. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.103734>.
- [28] C. M. C. G. Fernandes, D. M. P. Rocha, R.C. Martins, L. Magalhães, J. H. O. Seabra, Finite element method model to predict bulk and flash temperatures on polymer gears, *Tribology International*. 120 (2018) 255–268. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2017.12.027>.
- [29] V. Roda-Casanova, F. Sanchez-Marin, A 2D finite element based approach to predict the temperature field in polymer spur gear transmissions, *Mechanism and Machine Theory*. 133 (2019) 195–210. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.11.019>.
- [30] Z. Lu, H. Liu, R. Zhang, C. Zhu, Y. Shen, D. Xin, The simulation and experiment research on contact fatigue performance of acetal gears, *Mechanics of Materials*. 154 (2021) 103719. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2020.103719>.
- [31] G. R. Johnson, W. H. Cook, Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, *Engineering Fracture Mechanics*. 21 (1985) 31–48. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(85\)90052-9](https://doi.org/10.1016/0013-7944(85)90052-9).
- [32] M. W. Brown, K. J. Miller, A Theory for Fatigue Failure under Multiaxial Stress-Strain Conditions, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 187 (1973) 745–755. https://doi.org/10.1243/PIME_PROC_1973_187_069_02.
- [33] J. Kramberger, M. Šraml, S. Glodež, J. Flašker, I. Potrč, Computational model for the analysis of bending fatigue in gears, *Computers & Structures*. 82 (2004) 2261–2269. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2003.10.028>.
- [34] P. Paris, F. Erdogan, A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, *Journal of Basic Engineering*. 85 (1963) 528–533. <https://doi.org/10.1115/1.3656900>.
- [35] S. Pehan, J. Kramberger, J. Flašker, B. Zafošnik, Investigation of crack propagation scatter in a gear tooth's root, *Engineering Fracture Mechanics*. 75 (2008) 1266–1283. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.04.005>.
- [36] Y. WEI, Y. JIANG, Fatigue fracture analysis of gear teeth using XFEM, *Transactions of Non-ferrous Metals Society of China*. 29 (2019) 2099–2108. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(19\)65116-2](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(19)65116-2).
- [37] DIN 3968: Tolerances for Single-start Hobs for Involute Spur Gears, (1960).
- [38] ISO 1328-1:2013: Cylindrical gears - ISO system of flank tolerance classification - Part 1: Definitions and allowable values of deviations relevant to flanks of gear teeth, (2013).
- [39] C. Hasl, H. Liu, P. Oster, T. Tobie, K. Stahl, Forschungsstelle fuer Zahnraeder und Getriebbau (Gear Research Centre), Method for calculating the tooth root stress of plastic spur gears meshing with steel gears un-

der consideration of deflection-induced load sharing, Mechanism and Machine Theory. 111 (2017) 152-163. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.01.015>.

- [40] Y. WEI, Y. JIANG, Fatigue fracture analysis of gear teeth using XFEM, Transactions of Non-ferrous Metals Society of China. 29 (2019)

2099-2108. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(19\)65116-2](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(19)65116-2).

- [41] D. Zorko, J. Štiglic, B. Černe, N. Vukašinić, The effect of center distance error on the service life of polymer gears, Polymer Testing. 123 (2023) 108033. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2023.108033>.

Investigating the effects on root crack propagation in a polymer gear

Abstract:

The study investigates the effects of various parameters on the root crack propagation and, consequently, the service life of the polymer gear. The international gear design standard ISO 6336 employs the 30° tangent method to determine the tooth's critical section location. In the first step, the adequacy of the 30° tangent method, was verified by employing a FEM model. In the next step, a novel numerical model was prepared to simulate the growth of a crack located in the root of an observed tooth. The numerical model takes into account the experimental results obtained by performing standard gear tests on a dedicated test bench. Using the numerical model, the effect of the initial crack location, its size and orientation were analyzed.

Keywords:

gears, polymers, fatigue, fracture, failure, crack

ZAHVALA

Avtorji se zahvaljujejo Javni agenciji za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije, ki je sofinancirala raziskavo v sklopu podoktorskega projekta Z2-3207.

EURO SLING

LeCAD
Konstruiranje in
superračunalništvo

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za strojništvo

SPOZNAJTE SVET
SUPERRAČUNALNIŠTVA

Z BREZPLAČNIMI IZOBRAŽEVANJI ZA
INDUSTRIJO, ZNANOST IN AKADEMSKO SFERO

WWW.SLING.SI